

אנליזה ב

פרק 2 - טורים עם איברים קבועים

תוכן העניינים

- | | |
|----------------|-----------------------------------|
| 1 | טורים מתכנסים וטורים מתבדרים..... |
| 4 | מבחן ההתבדרות של טורים..... |
| (לא ספר) | מבחן התכנסות לטורים חיוביים..... |

טורים מתכנסים וטורים מתבדרים

שאלות

טור גיאומטרי

בדקו את התכונות הטורים בשאלות 1-6.
במידה והטור מתכנס, מצאו את סכומו.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5^n}{4^{n+2}} \quad (3)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{7^{n+1}} \quad (2)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (0.44)^n \quad (1)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}}{3^{2n}} \quad (6)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + (-5)^n}{7^n} \quad (5)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-4) \left(\frac{3}{4}\right)^{2n} \quad (4)$$

טור טלסקופי

בדקו את התכונות הטורים בשאלות 7-11.
במידה והטור מתכנס, מצאו את סכומו.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+3)(4n-1)} \quad (8)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)} \quad (7)$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}{(\ln n)(\ln(n+1))} \quad (10)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right) \quad (9)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)(n+4)} \quad (11)$$

טור הרמוני מוכלל

: 12) בדקו את התכונות הטורים הבאים (קבעו אם הטור מתכנס או מתבדר) :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{5n} \quad \text{ג.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \text{ב.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \quad \text{א.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^e} \quad \text{ד.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{\sqrt[3]{n^4}} \quad \text{ה.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-2/3} \quad \text{ד.}$$

תכונות אלגבריות של טורים

13) בדקו את התכונות הטוריים הבאים (קבעו אם הטור מתכנס או מתבדר) :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10 + \sqrt{n}}{\sqrt{n}} \quad \text{ג.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{n^2} \quad \text{ב.} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{4^n}{7^{n+1}} + n^{-1.5} \right) \quad \text{א.}$$

14) חשבו את סכום הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(n+2)^2}$, אם ידוע כי $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

15) מצאו את השבר הרציונלי, שהצגתו העשרונית היא ...0.123123123...+0.141414... .

תשובות סופיות

1) מתכנס ל- $\frac{11}{14}$. **2)** מתכנס ל- $\frac{1}{3}$. **3)** מתבדר.

4) מתכנס ל- $-\frac{64}{7}$. **5)** מתכנס ל- $\frac{11}{12}$. **6)** מתכנס ל- 8.

7) מתכנס ל- $-\frac{1}{2}$. **8)** מתכנס ל- $\frac{1}{12}$. **9)** מתבדר.

$$\frac{1}{12} \quad \mathbf{(11)} \qquad S = \frac{1}{\ln 2} \quad \mathbf{(10)}$$

12) א. מתכנס. ב. מתבדר. ג. מתבדר.

ד. מתכנס. ה. מתבדר. ו. מתבדר.

13) א. מתכנס. ב. מתבדר. ג. מתבדר.

$$\frac{\pi^2}{6} - \frac{5}{4} \quad \mathbf{(14)}$$

$$\frac{323}{1221} \quad \mathbf{(15)}$$

מבחן ההתבדרות של טורים

שאלות

1) בדקו את התכונות הטוריים הבאים (קבעו אם הטור מתכנס או מתבדר) :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin n \quad \text{ג.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \quad \text{ב.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln n \quad \text{א.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n}{n} \right)^n \quad \text{ג.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctan n \quad \text{ה.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n + 1}{n^2 + 2} \quad \text{ד.}$$

תשובות סופיות

1) א-ו : מתבדר.